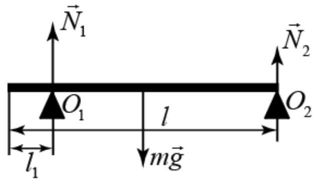
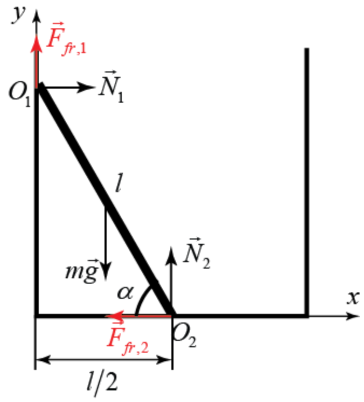
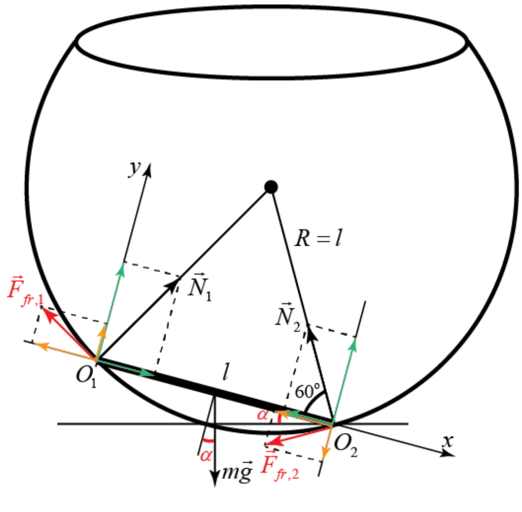
Problema 10.1

	Soluție	
a)	Pentru reprezentarea forțelor ce acționează asupra barei când ea se află pe suporturi **(0,2 p.)** Pentru condiția echilibrului de rotație în jurul punctelor O_1 și O_2: $N_1(l-l_1)=mg\frac{l}{2}, \qquad N_1\frac{5l}{6}=mg\frac{l}{2},$ $\Rightarrow$ **(0,6 p.)** (1) $N_2(l-l_1)=mg\left(\frac{l}{2}-l_1\right). \qquad N_2\frac{5l}{6}=mg\frac{2l}{6}.$  Pentru obținerea din (1) a forțelor de forțelor de reacțiune: $N_1=\frac{3}{5}mg=0,3\,\text{N}, \quad N_2=\frac{2}{5}mg=0,2\,\text{N}.$ **(0,2 p.)**	**1,0 p.**
b)	Pentru reprezentarea forțelor ce acționează asupra barei când ea se află în vasul cilindric **(0,5 p.)** Pentru condiția echilibrului de translație în proiecții pe axele de coordonate $\begin{cases} Ox:\ F_{fr,2}=N_1, \\ Oy:\ N_2+F_{fr,1}=mg, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu N_2=N_1, \\ N_2+\mu N_1=mg, \end{cases}$ (2) **(0,5 p.)**  Pentru obținerea din (2) a expresiei coeficientului de frecare $N_2+\mu^2N_2=mg \quad \Rightarrow \quad \mu=\sqrt{\frac{mg}{N_2}-1}$ (3) **(0,5 p.)** Pentru condiția echilibrului de rotație în jurul punctului O_1 în scopul determinării forței de reacțiune N_2: $mg\cdot\frac{l}{2}\cos\alpha+\mu N_2\cdot l\sin\alpha=N_2\cdot l\cos\alpha \quad \Rightarrow$ **(0,5 p.)** $\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mg+\mu N_2\cdot tg\alpha=N_2 \quad \Rightarrow \quad N_2=\frac{mg}{2(1-\mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)}$ (4) **(0,5 p.)** Pentru obținerea din (3) și (4) a expresiei finale a coeficientului de frecare: $\mu^2=\frac{mg}{mg}2(1-\mu\,\mathrm{tg}\,\alpha)-1 \quad \Rightarrow \quad \mu^2+2\mu\,\mathrm{tg}\,\alpha-1=0$ **(0,5 p.)** Pentru observarea că unghiul α = 60° și calculul valorii coeficientului de frecare $\alpha=60^o \Rightarrow \mu^2+2\sqrt{3}\mu-1=0 \Rightarrow \mu=2-\sqrt{3}\approx 0,27$ **(0,5 p.)**	**3,5 p.**
c)	Pentru reprezentarea forțelor ce acționează asupra barei când ea se află în vasul de formă sferică și alegerea sistemului de coordonate **(1,5 p.)** Pentru condiția echilibrului de translație în proiecții pe axele de coordonate: $\begin{cases} Ox:\ mg\sin\alpha+N_1\cos 60^o-N_2\cos 60^o-\mu N_1\sin 60^o-\mu N_2\sin 60^o=0, \\ Oy:\ -mg\cos\alpha+N_1\sin 60^o+N_2\sin 60^o+\mu N_1\cos 60^o-\mu N_2\cos 60^o=0, \end{cases}$ (5) **(1,0 p.)** $\Rightarrow$ $\Rightarrow \begin{cases} 2mg\sin\alpha=N_1\left(\sqrt{3}\mu-1\right)+N_2\left(\sqrt{3}\mu+1\right), \\ 2mg\cos\alpha=N_1\left(\sqrt{3}+\mu\right)+N_2\left(\sqrt{3}-\mu\right), \end{cases} \Rightarrow$ $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{N_1\left(\sqrt{3}\mu-1\right)+N_2\left(\sqrt{3}\mu+1\right)}{N_1\left(\sqrt{3}+\mu\right)+N_2\left(\sqrt{3}-\mu\right)}$ (6) **(1,0 p.)**  Pentru condiția echilibrului de rotație în jurul punctelor O_1 și O_2, respectiv: $\begin{cases} mg\cdot\frac{l}{2}\cos\alpha+\mu N_2\cdot l\cos 60^o-N_2\cdot l\sin 60^o=0, \\ mg\cdot\frac{l}{2}\cos\alpha-\mu N_1\cdot l\cos 60^o-N_1\cdot l\sin 60^o=0, \end{cases}$ **(1,0 p.)** $\Rightarrow$	**5,5 p.**

	$\Rightarrow \begin{cases} mg\cos\alpha = \sqrt{3}N_2 - \mu N_2, \\ mg\cos\alpha = \mu N_1 + \sqrt{3}N_1, \end{cases} \Rightarrow N_1 = \dfrac{mg\cos\alpha}{\sqrt{3}+\mu}, \quad N_2 = \dfrac{mg\cos\alpha}{\sqrt{3}-\mu}$ (7) **<u>(0,5 p.)</u>** Pentru obținerea din (6) și (7) a expresiei pentru unghiul α dintre bară și orizontală: $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}\mu-1}{\sqrt{3}+\mu}+\dfrac{\sqrt{3}\mu+1}{\sqrt{3}-\mu}}{\dfrac{\sqrt{3}+\mu}{\sqrt{3}+\mu}+\dfrac{\sqrt{3}-\mu}{\sqrt{3}-\mu}} = \dfrac{4\mu}{3-\mu^2} \Rightarrow \alpha = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{4\mu}{3-\mu^2}\right) \approx \mathrm{arctg}(0,37) \approx 20,25^{\circ}$ **<u>(0,5 p.)</u>**	
	Total max	**10 p.**